2019-2020 GÜZ YARIYILI

İST153 OLASILIĞA GİRİŞ - I
FİNAL SINAV SORULARI

Cevap Anahtarı

ADI-SOYADI:
NUMARASI :

08.01.2020

1. N tane anahtardan bir ve yalnız bir tanesi bir kilidi açabilmektedir. Kilidi açmak için anahtarlar sırasıyla denenmektedir. Kapıyı $3.nci$ denemede açma olasılığını bulunuz?

2. a, b sabitler ve X sürekli $t.d.$' nin olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(x)$, $E(X)=\mu_X$ ve $V(X)=\sigma_X^2$ olsun. $Y=aX+b$ şeklinde tanımlanan yeni $t.d.$ için aşağıdaki eşitlikleri ispatlayınız?

$$E(Y)=a\mu_X+b \quad \text{ve} \quad V(Y)=a^2\sigma_X^2$$

3. X ve Y tesadüfi değişkenlerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibi veriliyor:

$$f(x,y)=\begin{cases} x+y \ , & 0<x<1 \ , \ 0<y<1 \\ 0 \ , & d.h. \end{cases}$$

a.) $E(X+Y)$ *ve* $E(X.Y)$ beklenen değerlerini hesaplayınız?
b.) X ve Y tesadüfi değişkenlerinin bağımsızlığını inceleyiniz?

4. Bir fakültedeki öğrencilerin % 60' ının kız olduğu bilinmektedir. Ayrıca fakültedeki erkek öğrencilerin %4' ü ve kız öğrencilerin de %1' i 1.75 metreden daha uzun boyludur. Fakülteden rasgele seçilen bir öğrencinin 1.75 metreden uzun boylu olduğu bilindiğine göre bunun *kız* öğrenci olması olasılığı nedir?

5. Bir otobüs kazasında arabadaki 20 yolcudan 4' ü yaralanmıştır. Otobüste 4 futbolcu olduğu bilindiğine göre, yaralıların futbolcular olması *olasılığı* nedir?

Not: Sorular eşit puanlı olup süre 90dk. dır.

Başarılar Dilerim...
Doç.Dr. Erol TERZİ

CEVAPLAR

1. Kilidin 3. denemede açılma olasılığı,

$$P=\frac{\cancel{n-1}}{n}\cdot\frac{\cancel{n-2}}{\cancel{n-1}}\cdot\frac{1}{\cancel{n-2}}=\frac{1}{n} \ //$$

1. açmıyor → 2. açmıyor → 3. açıyor.

2. $Y=aX+b$

$$E(Y)=E(aX+b)=\int_{-\infty}^{+\infty}(aX+b).f(x)\,dx$$

$$=a\int_{-\infty}^{+\infty}x.f(x)\,dx+b\underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty}f(x).dx}_{=1}$$

$$=a.E(x)+b$$

$$=a.\mu_x+b \ //$$

$$V(x)=V(aX+b)=a.V(x)$$

$$V(x) \qquad =a.\sigma^2 \ //$$

3. $f(x,y) = \begin{cases} x+y, & 0 < x, y < 1 \\ 0, & \text{d.h.} \end{cases}$

a.) $E(X) = \int_0^1 \int_0^1 x.(x+y).\,dy\,dx$

$= \int\int (x^2 + x.y).\,dy\,dx = \int_0^1 \left(x^2.y + x.\frac{y^2}{2}\right)\Big|_0^1 dx$

$= \int_0^1 \left(x^2 + \frac{x}{2}\right) dx = \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{4}\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$

$E(Y) = \int_0^1 \int_0^1 y.(x+y).\,dy\,dx = \int_0^1 \left(\frac{y^2}{2}.x + \frac{y^3}{3}\right)\Big|_0^1 dx$

$= \int_0^1 \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{3}\right) dx = \left(\frac{x^4}{4} + \frac{1}{3}x\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$

$E(X.Y) = \int_0^1 \int_0^1 x.y.(x+y).\,dy\,dx = \int_0^1 \int_0^1 (x^2.y + xy^2)\,dy\,dx$

$= \int_0^1 \left(x^2.\frac{y^2}{2} + x.\frac{y^3}{3}\right)\Big|_0^1 dx = \int_0^1 \left(\frac{x^2}{2} + \frac{x}{3}\right) dx$

$= \left(\frac{x^3}{6} + \frac{x^2}{6}\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$ //

b.) Bağımsızlık için

$E(X.Y) = E(X).E(Y)$ mi?

$\frac{1}{3} \neq \frac{7}{12} . \frac{7}{12}$ X, Y bağımsız değil.

---

4. E : Seçilen Erkek

K : Seçilen Kız

U : Seçilenin boyu 1,75 den uzun

Bayes

$P(K) = 0{,}60 \Rightarrow P(U|K) = 0{,}01$ } veriliyor.

$P(E) = 0{,}40 \Rightarrow P(U|E) = 0{,}04$

$\Rightarrow P(K|U) = \frac{P(K).P(U|K)}{P(K).P(U|K) + P(E).P(U|E)} = \frac{(0{,}01).(0{,}60)}{(0{,}01)(0{,}60) + (0{,}04)(0{,}40)}$

$= \frac{6}{22} = 0{,}27$ //

---

5. $p = \frac{\binom{4}{4}}{\binom{20}{4}} = \frac{1}{4845} = 0{,}0002063$ //

$\binom{20}{4} = \frac{20!}{4!.16!}$